



Dr inż. Piotr IWICKI, *piwicki@pg.gda.pl*
Politechnika Gdańska

STATECZNOŚĆ PRZESTRZENNA PODCIĄGU KRATOWEGO Z UKOŚNYMI SPRĘŻYSTYMI PODPORAMI BOCZNYMI

SPATIAL STABILITY OF TRUSS BINDER WITH SLOPING ELASTIC SIDE-SUPPORTS

Streszczenie W pracy przedstawiono nieliniową analizę przestrzenną podciągu kratowego ze sprężystymi podporami bocznymi. Zbadano wpływ sztywności i kąta pochylenia podpór bocznych na stateczność podciągu. Zbadano również przypadek podpory o charakterystyce nieliniowej. Wyznaczono siły w podporach bocznych w relacji do siły w pasie kratownicy. Zweryfikowano odpowiednie wymogi normy [1]. Obliczono długości wyboczeniowe pasa z płaszczyzny kratownicy w zależności od sztywności i kąta pochylenia podpór bocznych.

Abstract A three dimensional statical analysis of truss binder with elastic side-support is presented. The load carrying capacity of the truss is calculated for different stiffness of supports and supports angel. The case with non linear support characteristics was also taken into account. Elastic supports reactions in relation to force in compressed chord has been calculated. Results of the analysis were compared to design code [1] requirements. Buckling length of compressed bar for different stiffness of supports and support angel was found. It was found out that the buckling length coefficient is greater than proposed in design code [1].

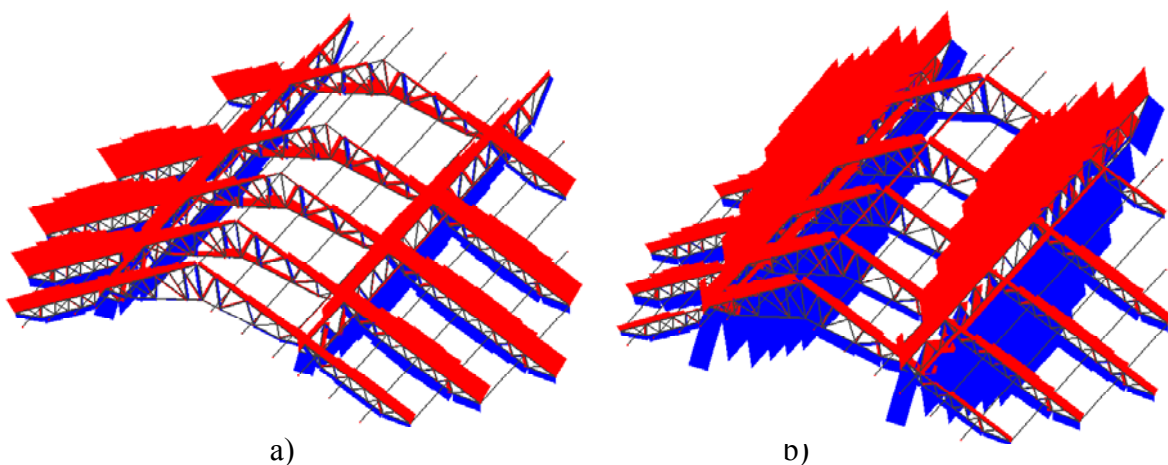
1. Wstęp

Projektowanie kratownic dachowych wg normy [1] można przeprowadzać na podstawie upraszczających założeń, dotyczących stateczności poszczególnych elementów konstrukcyjnych. Na przykład pas górny, w analizie wyboczenia z płaszczyzny kratownicy może być traktowany jako belka ciągła podparta na podporach bocznych oraz że, długości wyboczeniowe pasa są równe rozstawowi tych podpór bocznych. Zmiana sił normalnych wzdłuż długości pasa oraz stabilizująca rola pasa rozciąganego, słupków i krzyżulców skratowania oraz założenie, że podpory boczne zapewniają nieprzesuwne podparcie kratownicy, powoduje, że najbardziej obciążone części pasa górnego mają z reguły mniejszą długość wyboczeniową niż rozstaw stężeń bocznych, a więc można przypuszczać, że wymagania normowe pozwalają na bezpieczniejsze zaprojektowanie kratownicy. Potwierdzają to wyniki wielu badań. Na przykład w pracach [2], [3] zbadano wpływ rodzaju skratowania, sposobu obciążenia kratownicy, wpływ sztywności pasów i skratowania, rozstawu stężeń bocznych na wartość obciążenia krytycznego kratownic. W pracy [4] badano siły w nieprzesuwnych podporach bocznych kratownic dachowych w zależności od wstępnych imperfekcji. Prowadzone są również badania doświadczalne. Dla kratownic bez podpór bocznych autorzy prac [5], [6] na drodze eksperymentalnej wyznaczyli obciążenie krytyczne i odpowiadające długości wyboczeniowe pasa, uzyskując duże rozbieżności w

stosunku do warunków normy [1]. Rozbieżności te wykazują, że założenia normowe pozwalają na bezpieczniejsze zaprojektowanie konstrukcji. W pracy [6] badano kratownice podparte w sposób sprężysty. Wyniki tych badań potwierdzają, że z wyjątkiem podpór bocznych o bardzo małej sztywności długości wybocheniowe pasa ściskanego są mniejsze od rozstawu podpór bocznych. Należy jednak dodać, że badano kratownicę o geometrii nie stosowanej w praktyce. W pracach [7]-[9] badano zachowanie się ściskanego pasa kratownic jako elementu wyizolowanego z całej konstrukcji oraz przeprowadzono analizy numeryczne modelu przestrzennego kratownicy. W pracy [9] wykazano, że w przypadku krótkich kratownic współczynniki długości wybocheniowych krótkich kratownic mogą być większe niż według normy [1].

Przyjęcie normowych założeń upraszczających w projektowaniu powoduje, że konstruktor otrzymuje w efekcie obliczeń współczynnik nośności w danym przęciu i właściwie nie ma wiedzy o rzeczywistym współczynniku bezpieczeństwa całego układu, a nawet w świetle wyników pracy [9] może mieć wątpliwości co do bezpieczeństwa zaprojektowanej konstrukcji.

Powstaje pytanie czy podpory boczne elementów ściskanych rzeczywiście są nieprzesuwne i czy powinno się je modelować jako nieprzesuwne, czy raczej powinno się zakładać, że są podporami sprężystymi. Wiadomo przecież, że wszystkie elementy konstrukcyjne, a więc i stężenia, mają pewne luzy i niedokładności montażu i dopiero gdy wystąpią pewne przemieszczenia elementy te włączają się do współpracy. Ponadto stężenia pod wpływem działających obciążeń doznają przemieszczeń a więc traktowanie ich już na początku analizy jako podpór sztywnych może prowadzić do błędnych wyników. W przypadku dachów pochyłych zastosowanie sztywnych podpór bocznych może być nawet niekorzystne dla konstrukcji gdyż podpory takie zamiast stężyć element podstawowy przejmują część przypadającego na niego obciążenia i w efekcie tego same mogą być przeciążone. Na przykład w pracy [10] opisano ten problem na przykładzie konstrukcji dachu kościoła. Zasadniczym elementem nośnym konstrukcji są dwa podciągi kratowe, na których spoczywają inne kratownice dachowe, pełniące jednocześnie funkcje podpór bocznych podciągu. W przypadku braku możliwości przesuwu poziomego na ścianach siły w tych kratownicach znacznie wzrastają a siły w podciągu ulegają zmniejszeniu (rys. 1a). Jeżeli założymy podpory umożliwiające przesuw poziomy na ścianach (na przykład podpory sprężyste), to na skutek ugięcia całej konstrukcji dachu i pewnego rozsunienia się kratownic na ścianach kościoła podciąg włącza się do pracy statycznej i przejmuje większość obciążeń, natomiast siły w kratownice na nim opartych maleją (rys. 1b).

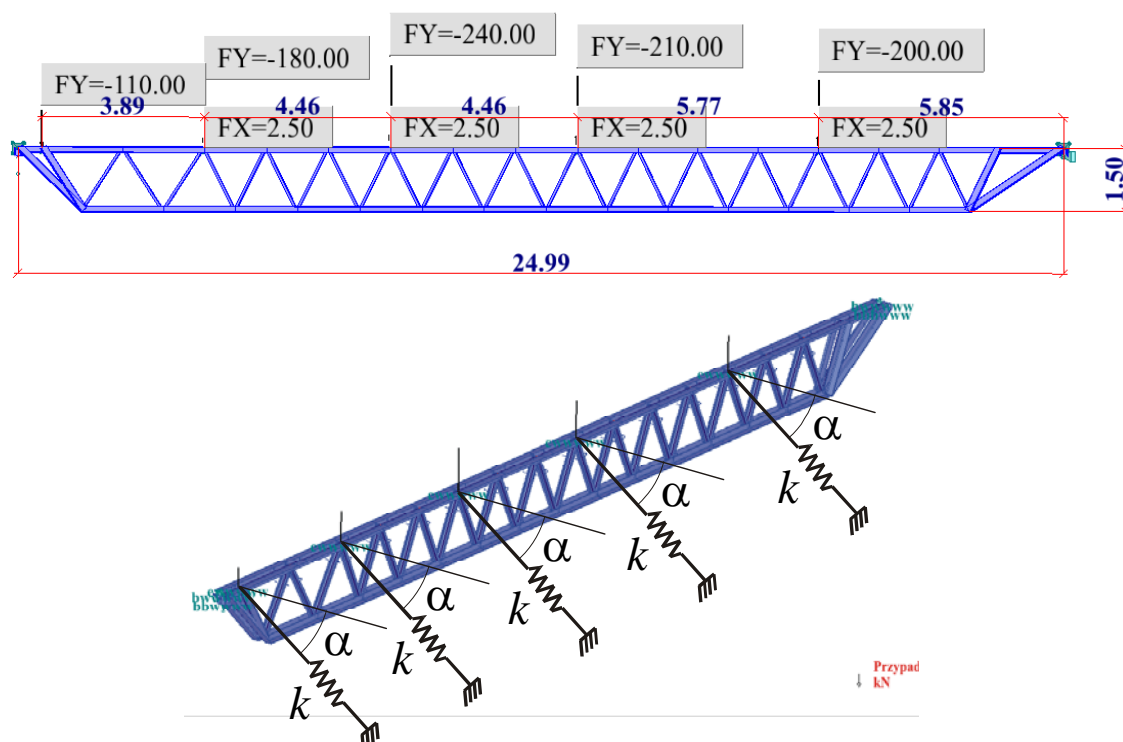


Rys. 1. Wykresy sił normalnych w dachu kościoła przy nieprzesuwnych i sprężystych podporach na ścianach

Powstaje natomiast pytanie, czy kratownice spoczywające na podciągu mogą być nadal traktowane jako podpory boczne podciągu w rozumieniu normy [1]. Wyżej opisany problem był inspiracją do badań, których wyniki są przedstawione w niniejszej pracy. W pracy przeanalizowano wpływ sztywności i kąta pochylenia podpór bocznych podciągu na jego stateczność. Zbadano również przypadek podpory o charakterystyce nieliniowej, która pozwala na pewne przemieszczenia boczne, tak aby zasadnicze elementy konstrukcyjne włączyły się do współpracy przy przenoszeniu obciążeń. Dopiero wtedy następuje usztywnienie podpory i kratownice w pełni stają się podporami bocznymi podciągu. W pracy wyznaczono siły w podporach bocznych w relacji do siły w pasie kratownicy. Siły te porównano do odpowiednich wymogów normy [1]. Obliczono długości wybożeniowe pasa z płaszczyzny kratownicy w zależności od sztywności i kąta pochylenia podpór bocznych.

3. Opis badanej kratownicy

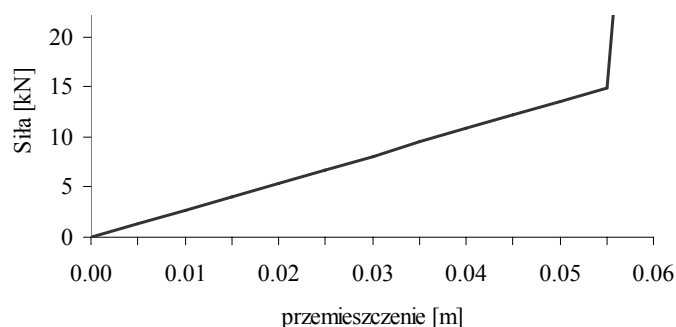
Przeprowadzono geometrycznie nieliniową analizę statyczną kratownicy o rozpiętości $L = 25$ m o pasach równoległych. Wysokość kratownicy wynosi 1,5m (rys. 2). Rozstaw podpór bocznych i siły w węzłach odpowiadają siłom działającym na dach [10]. Przyjęto, że pasy są ciągłe, a połączenia innych prętów z pasami sztywne. Pas górny składa się z 2 L 160 × 160 × 15, pas dolny to 2 L 150 × 150 × 15, krzyżulce są z ceownika C180. Założono, imperfekcję obciążeniową wg [11]. Założono że kratownica jest stężona w węzłach pasa górnego podporami sprężystymi o sztywnościach: 400, 600, 800kN/m. Przyjęto dalej, że podpory te są usytuowane pod kątem $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ do poziomu.



Rys. 2. Podciąg kratowy

Zakres przyjętych powyżej sztywności podpór sprężystych wynika w sposób pośredni z normy [1]. Siła obliczeniowa w pasie ściskanym wynosi 2117kN. Jeżeli przyjąć, że siła działającej na stężenie, równej 1% siły w pasie, odpowiada dopuszczalne przemieszczenie konstrukcji w kierunku bocznym równe $12,5m \times 1/200$, to iloczyn siły do przemieszczenia

określa przewidywaną sztywność podpory sprężystej. Sztywność podpory sprężystej wynosi około 300kN/m. Obliczenia wykonano za pomocą programu Robot Millennium [12]. Oprócz podpór liniowo sprężystych rozpatrzono podpórę o zmiennej sztywności (rys.3). Sztywność początkowa podpory wynosi 300kN/m a po przekroczeniu przemieszczeń 5,5cm wzrasta do 1000kN/m. Początkowa sztywność została wyznaczona przy założeniu, że siła tarcia na murach kościoła ma zapewnić stateczność podciągu, a przemieszczenia poziome wzrastają stopniowo wraz ze wzrostem obciążeń aż do 5,5cm, czyli do wartości przemieszczeń poziomych na murach, wynikających z ugięcia podciągu.



Rys. 3. Model podpory o zmiennej sztywności

4. Analiza wyników

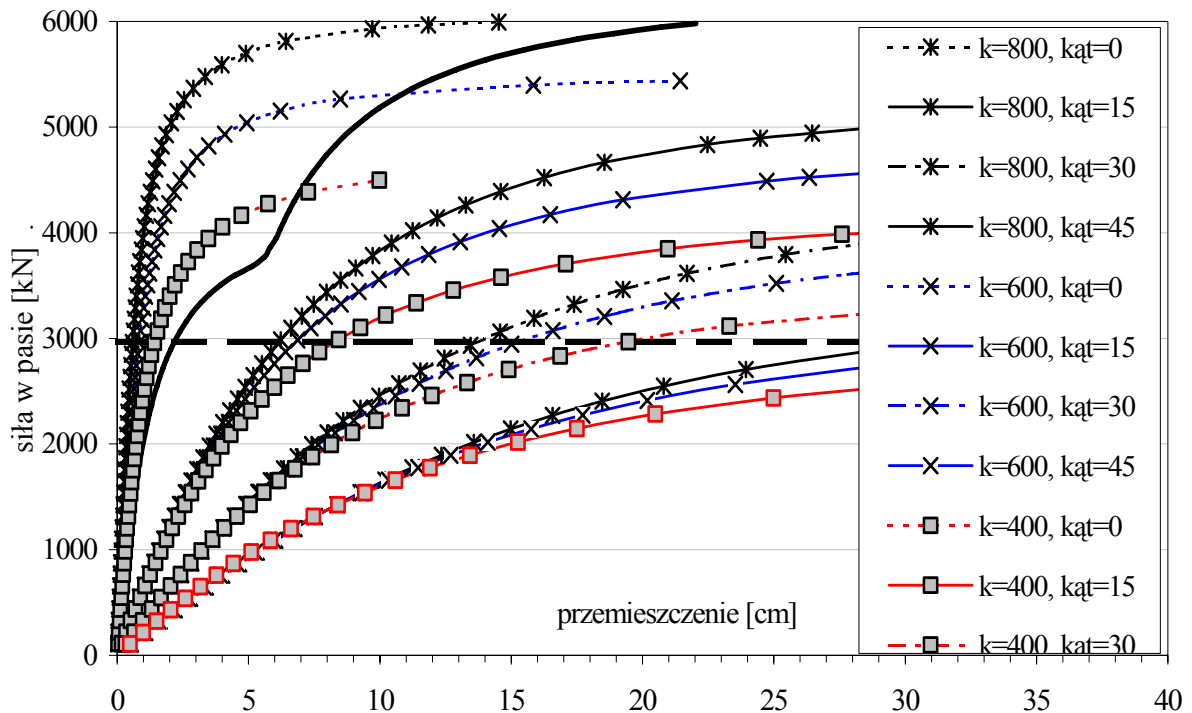
Dla różnych sztywności stężeń oraz kąta ich pochylenia w stosunku do poziomu, wyznaczono zależności siły ściskającej w pasie górnym od przemieszczeń prostopadłych do płaszczyzny kratownicy w odległości 11,62m od prawej podpory. Z przeprowadzonej analizy wynika, że ze zwiększaniem sztywności podpór bocznych zwiększa się siła graniczna w pasie (tabl. 1). Z analizy wynika również, że siła graniczna w pasie maleje wraz ze wzrostem nachylenia podpór. Nośność plastyczna pasa górnego wynosi 2968 kN ($f_d=322\text{MPa}$), a więc w przypadku wszystkich analizowanych sztywności podpór, z wyjątkiem podpór o sztywności $k=400\text{kN/m}$ i $k=600\text{kN/m}$ pochylnych pod kątem 45° , pas kratownicy przed utratą stateczności ulegnie uplastycznieniu. W przypadku podpór usytuowanych pod kątem 30° , przy sile w pasie równej nośności plastycznej występują poziome przemieszczenia równe 15cm, co przekracza warunek normy dotyczący przemieszczeń podpór bocznych.

Praktyczne znaczenie ma długość wyboczeniowa pasa ściskanego, którą wyznaczono na podstawie obliczonych sił granicznych ze wzoru:

$$l_w = \pi \sqrt{\frac{EJ}{P_{gr}}} \quad (1)$$

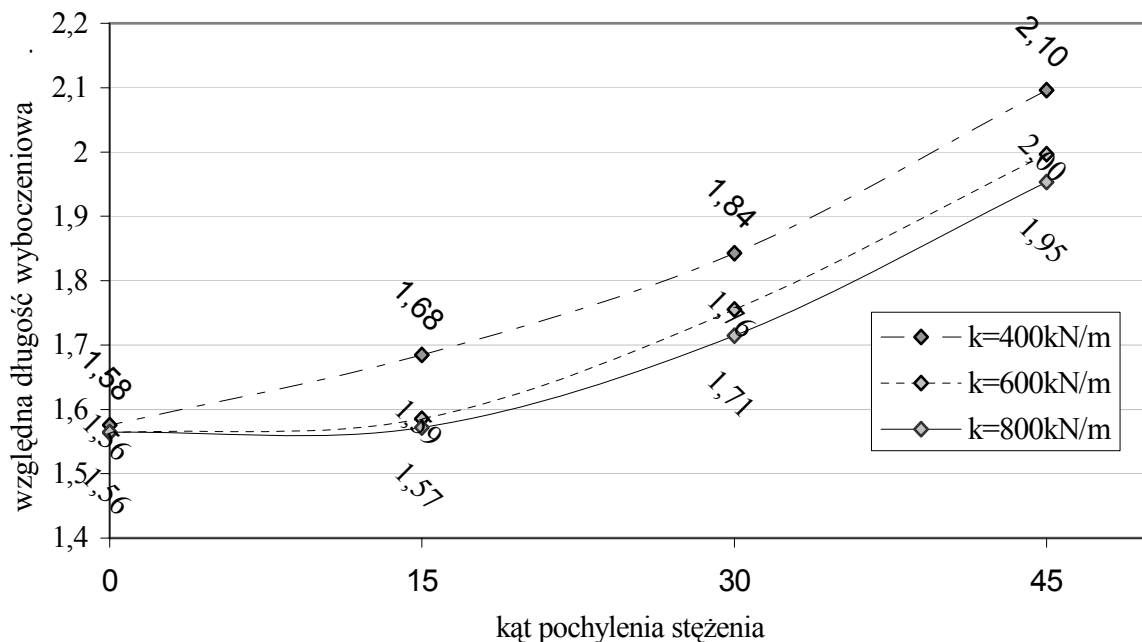
Obliczono względną długość wyboczeniową przyjmując jako wartość odniesienia rozstaw podpór bocznych 5,77m, który, zgodnie z procedurą normy, może być przyjmowany jako długość wyboczeniowa pasa ściskanego przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownicy, gdy nie przeprowadza się dokładniejszych obliczeń stateczności. Dla wszystkich rozważanych sztywności podpór bocznych współczynnik długości wyboczeniowej pasa ściskanego jest większy od zalecanego wg normy [1]. Długości te wahają się od 1,56 do 2,1. Zależność względnej długości wyboczeniowej od sztywności i kąta pochylenia stężeń podano na rys. 4. Jeżeli założyć jeszcze sztywniejsze podpory boczne to można zmniejszyć długości wyboczeniowe pasa ale odpowiadające siły krytyczne przekraczają nośność plastyczną pasa,

a więc można stwierdzić, że z punktu widzenia stateczności podciągu takie „sztywne” podpory boczne nie są potrzebne.



Rys. 3. Zależność siły normalnej w pasie od przemieszczeń poziomych z płaszczyzny pasa

Obliczeniowa siła w pasie jest mniejsza niż nośność plastyczna pasa a także mniejsza niż maksymalne siły uzyskane w analizie nieliniowej. W tym przypadku decydującym warunkiem do wyboru potrzebnej sztywności podpór bocznych powinien być warunek ograniczający wielkość przemieszczeń bocznych.

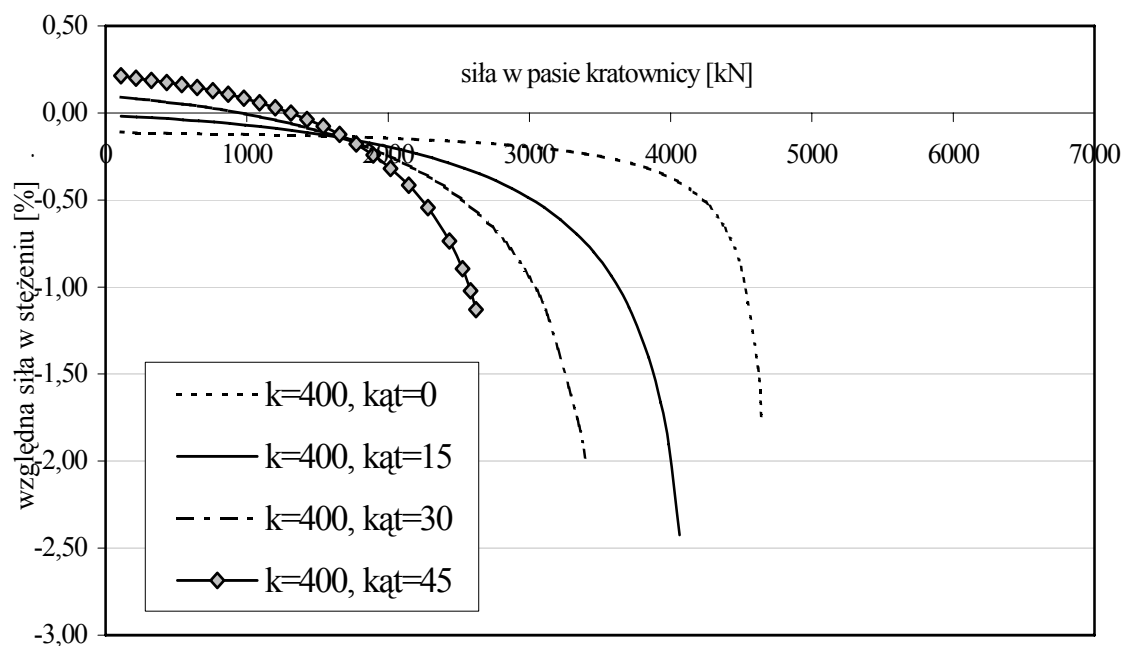


Rys. 4. Zależność względnej długości wyboczeniowej pasa ściskanego przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownicy od kąta pochylenia i sztywności podpór bocznych

Tablica 1. Maksymalna siła ściskająca w pasie kratownicy oraz względna długość wybocheniowa dla podpór bocznych o różnych sztywnościach i kącie pochylenia

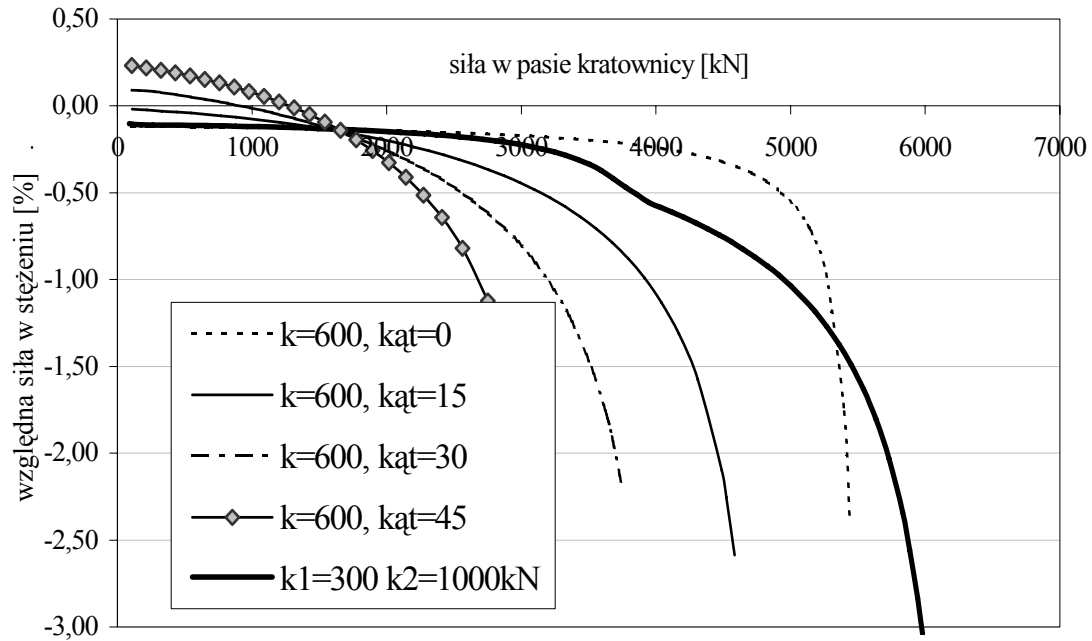
	N_{cr} [kN]	l/l_0
$k=800$, kąt=45	3020	1,95
$k=800$, kąt=30	3920	1,71
$k=800$, kąt=15	4665	1,57
$k=800$, kąt=0	4711	1,56
$k=600$, kąt=45	2892	2,00
$k=600$, kąt=30	3741	1,76
$k=600$, kąt=15	4584	1,59
$k=600$, kąt=0	4712	1,56
$k=400$, kąt=45	2623	2,10
$k=400$, kąt=30	3395	1,84
$k=400$, kąt=15	4062	1,68
$k=400$, kąt=0	4642	1,58

W przedstawionej analizie wyznaczono również zależność względnej siły w podporach bocznych F_0/N od siły w pasie ściskanym. Zależność ta została przedstawiona na rys. 5. dla podpór o sztywności 400kN/m, na rys. 6 dla podpór o sztywności 600kN/m i na rys. 7 dla podpór o sztywności $k=800$ kN/m Ponadto na rys. 6 przedstawiono zależność siły w podporach bocznych dla podpór o zmiennej sztywności.

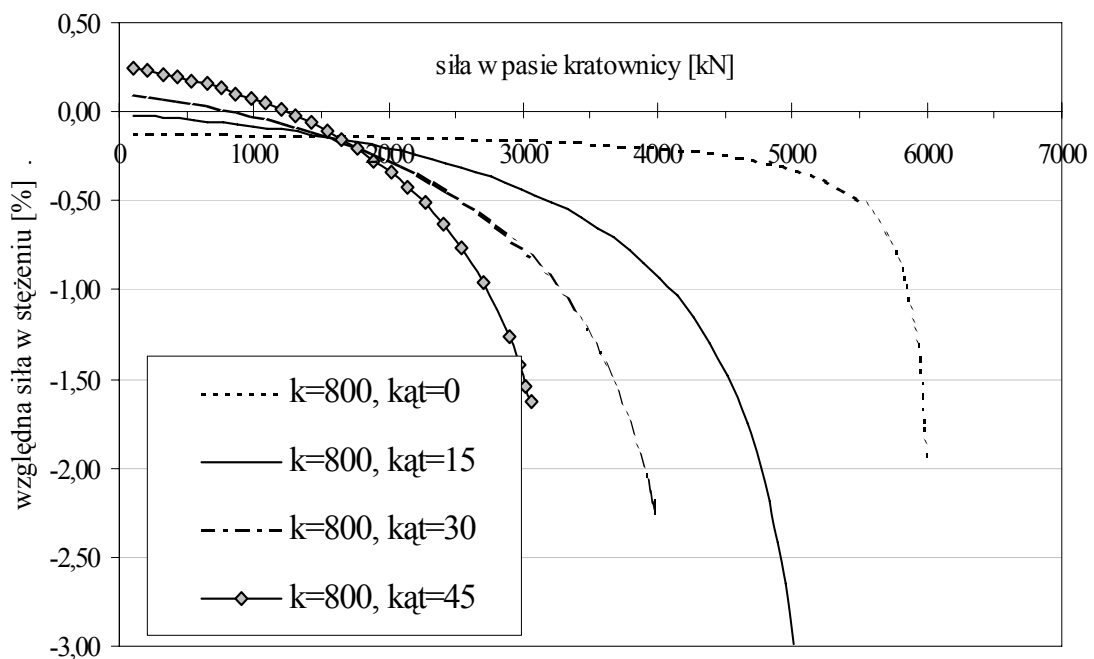


Rys. 5. Zależność względnej siły w podporze bocznej od siły w pasie dla podpór o sztywności $k=400$ kN/m

We wszystkich przypadkach uzyskano nieliniową zależność sił w podporach od siły w pasie. Dla sił w pasie mniejszych od 2000kN, siły w podporach bocznych są mniejsze niż 0,5% siły w pasie, czyli warunek normy [1] podaje siłę działającą na podporę boczną z korzystnym dla bezpieczeństwa konstrukcji zapasem. Wraz ze wzrostem siły w pasie rośnie siła w podporze bocznej. Siły w podporach osiągają nawet do 3% siły w pasie, czyli przekraczają wartości przewidziane w normie [1], ale odpowiadająca siła w pasie przekracza nośność plastyczną pasa. Wraz ze wzrostem kąta pochylenia podpór bocznych siła w podporze rośnie szybciej niż siła w pasie dla wszystkich sztywności podpór bocznych.



Rys. 6. Zależność względnej siły w podporze bocznej od siły w pasie dla podpór o sztywności $k=600\text{kN/m}$



Rys. 7. Zależność względnej siły w podporze bocznej od siły w pasie dla podpór o sztywności $k=800\text{kN/m}$

4. Wnioski

Z przeprowadzonej analizy numerycznej podciągu kratowego ze sprężystymi podporami bocznymi wynika, że długości wybočeníowe pasa ściskanego są większe niż to wynika z wymagań normy [1] oraz z innych badań podobnych konstrukcji, w których zakładano sztywne podpory boczne [2]-[8]. Jednocześnie stwierdzono, że siły wewnętrzne od obciążeń obliczeniowych w pasie podciągu zaprojektowanego wg normy [1] nie przekraczają sił

maksymalnych wyznaczonych w analizie nieliniowej. Można więc stwierdzić, że warunek nośności podciągu jest spełniony nawet przy przyjęciu sprężystych podpór bocznych.

Siły w podporach bocznych rosną nieliniowo wraz ze zwiększaniem się sił w pasie. Wzrost ten jest szybszy gdy podpory boczne są bardziej pochylone (rys.5, 6, 7), gdyż zamiast pełnić rolę stężeń zaczynają one przejmować obciążenie pionowe. W przypadku konstrukcji z ukośnymi podporami bocznymi korzystne jest wprowadzenie podpór bocznych o charakterystyce nieliniowej, zapewniającej stateczność konstrukcji bez nadmiernego obciążenia stężeń.

Dalsze badanie stateczności kratownic powinny uwzględniać wpływ różnych sposobów połączenia słupków i krzyżulców z pasami oraz wpływ różnych warunków podporowych.

Literatura

1. PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe - Obliczenia statyczne i projektowanie.
2. Jankowska-Sandberg J., Pałkowski S.: Parametryczna analiza zwichrzenia sprężystego kratownic. XLVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom 2, Krynica 2002.
3. Pałkowski S., Kołodziej J.: Wybrane zagadnienia stateczności ustrojów sprężyste podparych. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej Budownictwo Lądowe LI, Gdańsk nr 522/1995.
4. Niewiadomski L.: Wpływ początkowych wygięć pasów wiązarów na stan naprężeń w konstrukcji dachu. XLVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom 2, Krynica 2002.
5. Jankowska-Sandberg J., Kołodziej J., Pałkowski S.: Badania doświadczalne zwichrzenia sprężystego kratownic stalowych. XLIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, tom 2, Krynica 2003.
6. Kołodziej J., Jankowska-Sandberg J.: Badania doświadczalne zwichrzenia sprężystego kratownicy stalowej z uwzględnieniem podatności stężeń bocznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej Budownictwo Lądowe LVIII, Gdańsk 2006.
7. Biegus A., Wojcyszyn D.: Długości wybozeniowe pasów kratownic z płaszczyzny ustroju. Inżynieria i Budownictwo, nr 11/2004.
8. Biegus A., Wojcyszyn D.: Ocena nośności pasów przy wybozeniu z płaszczyzny kratownic. Awary Budowlane. Zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje. XXII konferencja naukowo-techniczna, Szczecin 2005.
9. Biegus A., Wojcyszyn D.: Współczynniki długości wybozeniowej pasów z płaszczyzny ustroju „krótkich” kratownic. III Sympozjum Kompozyty, Konstrukcje Warstwowe, Wrocław 2006.
10. Iwicki P., Krutul P.: O zagrożeniu bezpieczeństwa konstrukcji dachu na skutek zastosowanych w projekcie uproszczonych schematów obliczeniowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/2005.
11. Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings. ENV 1993-1-1., CEN, Brussels 1992.
12. ROBOT Millennium. Podręcznik użytkownika.